

翰林

105 指考 精彩解析

數學考科

家齊女中 / 黃峻棋 老師

【試題·答案】依據大考中心公布內容

發行人 / 陳炳亨

總召集 / 陳彥良

總編輯 / 蔣海燕

主編 / 江欣穎

校對 / 羅蔣偉·陳盈如

美編 / 邱意診·杜政賢

◎ 本書內容同步刊載於翰林我的網

出版 / 民國一〇五年七月

發行所 / 70248 臺南市新樂路 76 號

編輯部 / 70252 臺南市新忠路 8-1 號

電話 / (06) 2619621 #311

E-mail / periodical@hanlin.com.tw

翰林我的網 <http://www.worldone.com.tw>



00843-23

Z X C V

一 前言

103 指考數學乙五標				
頂標	前標	均標	後標	底標
89	79	58	33	20

104 指考數學乙五標				
頂標	前標	均標	後標	底標
69	58	44	30	21

這幾年，參加指考的學生程度呈現兩極化的情形滿明顯的，其中考數乙的同學更是如此。不過，以往頂標、前標動輒八、九十分的情形，在 104 年有了改變。追究它的原因，其實不在學生程度的問題，而是試題本身的鑑別度出了狀況。今年，應該不會有這種情形產生。

從試題的難易度來看，數乙的難度顯然較低，大多屬於中等偏易的題型。本人把它分成三類：

- 1 中等偏易的題型：
 - 1 以 103 指考為例：單選 1，多選 3，選填 A、B、C。
 - 2 以 104 指考為例：單選 1，多選 3、5、6，選填 A、B。
- 2 中等的題型：
 - 1 以 103 指考為例：單選 2，多選 4、5、6、7。
 - 2 以 104 指考為例：多選 4、7，計算二。
- 3 中等偏難的題型：
 - 1 以 103 指考為例：計算一、二。
 - 2 以 104 指考為例：單選 2，選填 C，計算一。

以數乙的試題而言，如果五標的分布在 (85, 75, 60, 45, 25)，應該最能區分出學生程度的好壞。當然這個也考驗著出題教授對學生程度掌握的情況是否精準。

對學生而言，只要能掌握中等或中等偏易的題型，數學這科應該就立於不敗之地了。

試題分析

1 105 大學指考數學乙考試重點 (打★者是 104 指考考過的重點)

第一冊	數與式	<ol style="list-style-type: none"> 1 分點公式 2 含絕對值的一次方程式與不等式
	多項式函數	<ol style="list-style-type: none"> ★1 簡單多項式函數的圖形 2 綜合除法 ★3 餘式、因式定理 4 插值多項式 (不超過三次) 5 整係數一次因式檢驗法 6 虛根成對性質 7 勘根定理 ★8 多項式不等式
	指數與對數函數	<ol style="list-style-type: none"> 1 函數圖形的性質 ★2 指、對數的運算性質 3 指、對數方程式與不等式 4 首數與尾數 (查表)
第二冊	排列、組合	<ol style="list-style-type: none"> ★1 邏輯、集合與計數原理 2 直線排列 3 重複排列 4 組合、重複組合 5 二項式定理
	機率	<ol style="list-style-type: none"> 1 樣本空間與事件 ★2 古典機率的定義與性質 ★3 條件機率 4 貝氏定理 ★5 獨立事件
	數據分析	<ol style="list-style-type: none"> ★1 平均數、中位數、標準差 2 數據的平移與伸縮 3 數據標準化 4 散佈圖、相關係數 ★5 最小平方法

第三冊	直線與圓	<ul style="list-style-type: none"> ★1 直線方程式及其圖形 2 兩直線的關係（聯立方程式） 3 二元一次不等式的圖解 ★4 線性規劃
	平面向量	<ul style="list-style-type: none"> 1 平面向量的表示法 2 向量的線性組合 3 直線參數式 ★4 向量的內積與應用 5 面積與二階行列式 6 二階克拉瑪公式
第四冊	矩陣	<ul style="list-style-type: none"> 1 線性方程組的解（矩陣列運算） ★2 矩陣的運算及性質 3 二階轉移矩陣 4 二階反方陣
選修數學乙	機率統計 II	<ul style="list-style-type: none"> 1 隨機的意義 2 期望值、變異數、標準差 3 獨立事件 4 重複試驗、二項分布 5 常態分布（經驗法則） 6 信賴區間與信心水準的解讀
	極限與函數	<ul style="list-style-type: none"> ★1 數列的極限 2 無窮等比級數 3 循環小數

2 105 大學指考數學乙試題分布

題號	題型	命題出處	考試重點（測驗目標）	難易度
1	單選	第一冊第二章 多項式函數	一次因式檢驗法、 綜合除法	中偏易
2	單選	第一冊第一章 數與式 第二冊第二章 排列、組合	有理數的概念、計數原理	易
3	單選	第三冊第三章 平面向量	向量的絕對值	易
4	多選	第一冊第二章 多項式函數	除法原理、餘式定理	中

5	多選	第二冊第二章	排列、組合	基本邏輯概念	中偏易
6	多選	第一冊第三章	指數與對數函數	指數不等式（比較大小）	中
7	多選	第三冊第三章	平面向量	直線的參數式、 向量的平行、垂直	中
8	多選	第二冊第四章	數據分析	一維數據分析（平均數、 中位數）	中偏易
A	選填	第二冊第三章	機率	古典機率、獨立事件	易
B	選填	第四冊第三章	矩陣	乘法反方陣	中
C	選填	選修數學乙（下）	極限與函數	數列及其極限	中
一	計算	選修數學乙（上）	機率統計II	隨機的意義、期望值	中偏易
二	計算	第三冊第二章	直線與圓	線性規劃	中

結 論

- 1 今年的數乙考題，又恢復到 102、103 指考的水準，整體而言都是中等偏易的題目，其中第一冊占 22 分，第二冊占 28 分，第三冊占 26 分，第四冊占 6 分，選修數乙佔 18 分。沒有跨單元或繁瑣的計算，預估中等程度的學生，應該都可以考到 60 分左右（均標），前標大約可以到 75 分，頂標大約 85 分。
- 2 多選第 5 題考簡單邏輯概念，題目雖然容易，但第 2 個選項有陷阱，程度好的同學也不容易考 100 分。
- 3 信賴區間再一次沒有出題，值得持續觀察。

F

試題解析

數學乙

家齊女中·黃峻棋 老師

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1 下列哪一個選項是方程式 $7x^5 - 2x^4 + 14x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = 0$ 的根？

1 -1

2 $\frac{1}{7}$

3 $-\frac{1}{7}$

4 $\frac{2}{7}$

5 $-\frac{2}{7}$

答案 4

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 一次因式檢驗法、綜合除法

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 17 頁範例 5、第 20 頁範例 8

詳解 令 $f(x) = 7x^5 - 2x^4 + 14x^3 - 4x^2 + 7x - 2$

由題意知，若 $ax - b$ 為 $f(x)$ 之一次因式（其中 a, b 為整數， a, b 互質）則 $a|7$ 且 $b|2!$ $a = \pm 1, \pm 7, b = \pm 1, \pm 2$

$$\therefore \frac{b}{a} \text{ 可能為 } \pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{7}, \pm \frac{2}{7}$$

由綜合除法得知， $\frac{2}{7}$ 為 $f(x)$ 之一次因式

$\therefore \frac{2}{7}$ 為 $f(x) = 0$ 之一根

故選 4

$$\begin{array}{r} 7-2+14-4+7-2 \\ +2+0+4+0+2 \\ \hline 7 \overline{) 7+0+14+0+7} +0 \\ \underline{1+0+2+0+1} \end{array} \left| \frac{2}{7} \right.$$

2 考慮有理數 $\frac{n}{m}$ ，其中 $m、n$ 為正整數且 $1 \leq mn \leq 8$ 。則這樣的數值（例如 $\frac{1}{2}$ 與 $\frac{2}{4}$ 同值，只算一個）共有幾個？

- 1 14 個
- 2 15 個
- 3 16 個
- 4 17 個
- 5 18 個

答案 4

命題出處 第一冊第一章 數與式
第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 有理數的概念、計數原理

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 34 頁範例 1

詳解 $\because m, n \in \mathbb{N}$ 且 $1 \leq mn \leq 8$

n	1	2	3	4	5	6	7	8
m	1、2 ~ 8	1、2、3、4	1、2	1、2	1	1	1	1
$\frac{n}{m}$	$1、\frac{1}{2} \sim \frac{1}{8}$	$2、1、\frac{2}{3}、\frac{1}{2}$ × × ×	$3、\frac{3}{2}$	$4、\frac{2}{2}$ ×	5	6	7	8
	8 個	2 個	2 個	1 個	1 個	1 個	1 個	1 個

共 17 個，故選 4

3 坐標平面上有兩向量 $\vec{u} = (5, 10)$ ， $\vec{v} = (-4, 2)$ 。請問下列哪一個向量的長度最大？

- 1 $-3\vec{u}$
- 2 $6\vec{v}$
- 3 $-2\vec{u} - 5\vec{v}$
- 4 $2\vec{u} - 5\vec{v}$
- 5 $\vec{u} + 7\vec{v}$

答案 1

命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 向量的絕對值

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 74 頁範例 2

- 詳解**
- 1 $-3\vec{u} = (-15, -30)$
 $\therefore |-3\vec{u}| = \sqrt{(-15)^2 + (-30)^2} = 15\sqrt{5} = \sqrt{1125}$
 - 2 $6\vec{v} = (-24, 12)$
 $\therefore |6\vec{v}| = \sqrt{(-24)^2 + 12^2} = 12\sqrt{5}$
 - 3 $-2\vec{u} - 5\vec{v} = (-10, -20) - (-20, 10)$
 $= (10, -30)$
 $\therefore |-2\vec{u} - 5\vec{v}| = \sqrt{10^2 + (-30)^2} = 10\sqrt{10}$
 - 4 $2\vec{u} - 5\vec{v} = (10, 20) - (-20, 10)$
 $= (30, 10)$
 $\therefore |2\vec{u} - 5\vec{v}| = \sqrt{30^2 + 10^2} = 10\sqrt{10}$
 - 5 $\vec{u} + 7\vec{v} = (5, 10) + (-28, 14)$
 $= (-23, 24)$
 $\therefore |\vec{u} + 7\vec{v}| = \sqrt{(-23)^2 + 24^2} = \sqrt{1105}$
- \therefore 長度最大者為 1
故選 1

二、多選題 (占 40 分)

說明：第 4 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 4 設 $f(x)$ 為一未知的實係數多項式，但知道 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)^2$ 的餘式為 $5x^2 + 6x + 7$ 。根據上述所給條件，請選出正確的選項。
- 1 可求出 $f(0)$ 之值
 - 2 可求出 $f(11)$ 之值
 - 3 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)^2$ 的餘式
 - 4 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-6)^2$ 的餘式
 - 5 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)$ 的餘式

答案 4 5

命題出處 第一冊第二章 多項式函數

測驗目標 除法原理、餘式定理

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 18 頁範例 6

詳解 由除法原理可知 $f(x) = (x-5)(x-6)^2 \cdot Q(x) + 5x^2 + 6x + 7$

1 × : $f(0)$ 未知 ($\because Q(0)$ 未知)

2 × : $f(11)$ 未知 ($\because Q(11)$ 未知)

3 × : 無法求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)^2$ 之餘式
($\because Q(x)$ 除以 $x-5$ 之餘式未知)

4 ○ : $\because f(x) = (x-5)(x-6)^2 \cdot Q(x) + 5x^2 + 6x + 7$
 $= (x-6)^2 \cdot Q'(x) + 66x - 173$

即 $f(x)$ 除以 $(x-6)^2$ 之餘式，為 $5x^2 + 6x + 7$ 除以 $(x-6)^2$ 之餘式

5 ○ : 承 4, $f(x) = (x-5)(x-6)^2 \cdot Q(x) + 5x^2 + 6x + 7$
 $= (x-5)(x-6) \cdot Q''(x) + 61x - 143$

即 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)$ 之餘式，為 $5x^2 + 6x + 7$ 除以 $(x-5)(x-6)$ 之餘式

故選 4 5

5 甲先生、乙先生、丙先生、丁先生四位男士以及 A 小姐、B 小姐、C 小姐、D 小姐四位女士想要混搭兩部計程車，每車載有四名乘客。已知：

- (一) 甲先生與 A 小姐同車
- (二) 乙先生與 B 小姐同車
- (三) C 小姐與 D 小姐不同車

請選出正確的選項。

- 1 A 小姐與 D 小姐必不同車
- 2 甲先生與 B 小姐必不同車
- 3 乙先生與丙先生必同車
- 4 如果乙先生與丁先生同車，則丙先生與 B 小姐必同車
- 5 如果 D 小姐與乙先生同車，則 C 小姐與 A 小姐必同車

答案 2 5

命題出處 第二冊第二章 排列、組合

測驗目標 基本邏輯概念

難易度 中偏易

- 詳解** 由題意知 (甲, A) 同車且 (乙, B) 同車且 (C, D) 不同車
- 1 × : A、D 可能同車
- 2 ○ : 甲、B 不可能同車
(若甲、A、乙、B 同一車, 則丙、丁、C、D 同一車, 矛盾)
- 3 × : 乙、丙可能不同車
- 4 × : 乙、丁同車, 乙、B 同車, 丙可能在另一車
- 5 ○ : D、乙同車, 乙、B 同車
∴ C、D 不同車
∴ C 必與 A 同車
- 故選 2 5

6 設 $a = 10^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$, $b = a^{\sqrt{2}}$ 。請選出正確的選項。

- 1 $1 < a$
- 2 $a < \sqrt{3}$
- 3 $a^2 < b^{\sqrt{3}}$
- 4 $10^{0.4} < b < 10^{0.5}$
- 5 $(ab)^{\sqrt{2}} < 10$

答案 1 3 4

命題出處 第一冊第三章 指數與對數函數

測驗目標 指數不等式 (比較大小)

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 27 頁範例 3

- 詳解** 1 ○ : ∵ $1 - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$ ∴ $10^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} > 10^0 = 1$, 即 $a > 1$
- 2 × : 若 $a < \sqrt{3}$! $10^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} < \sqrt{3}$
! $1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < \log \sqrt{3} = \frac{1}{2} \times \log 3$
! $0.293 < \frac{1}{2} \times 0.4771 \approx 0.2386$ (矛盾)
- 3 ○ : $b = a^{\sqrt{2}} = 10^{\sqrt{2}-1} \approx 10^{0.4}$
 $a^2 = 10^{2-\sqrt{2}} \approx 10^{0.6}$, $b^{\sqrt{3}} = (10^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{3}} \approx 10^{0.7}$
∴ $a^2 < b^{\sqrt{3}}$
- 4 ○ : 承 3, $10^{0.4} < b \approx 10^{0.414} < 10^{0.5}$
- 5 × : $(ab)^{\sqrt{2}} = (10^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} \times 10^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}} = (10^{\frac{\sqrt{2}}{2}})^{\sqrt{2}} = 10^1 = 10$
- 故選 1 3 4

7 坐標平面上 O 為原點， P 點坐標為 $(1, 0)$ ，直線 L 的方程式為 $x - 2y = -4$ 。請選出正確的選項。

- 1 在直線 L 上可以找到一點 A ，滿足向量 \overrightarrow{OP} 與 \overrightarrow{OA} 平行
- 2 在直線 L 上可以找到一點 B ，滿足向量 \overrightarrow{OP} 與 \overrightarrow{OB} 垂直
- 3 在直線 L 上可以找到一點 C ，滿足向量 \overrightarrow{OC} 與 \overrightarrow{PC} 垂直
- 4 在直線 L 上可以找到一點 D ，滿足 $\overline{PD} = 2$
- 5 在直線 L 上可以找到一點 E ，滿足 $\triangle EOP$ 為等腰三角形

答案 1 2 5

命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 直線的參數式、向量的平行、垂直

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 75 頁範例 3

詳解 1 ○：令 $A(2t-4, t)$ ，若 $\overrightarrow{OA} \parallel \overrightarrow{OP}$

$$! (2t-4, t) \parallel (1, 0)$$

$$\text{即 } (2t-4, t) = k(1, 0) = (k, 0)$$

$$\therefore t=0, k=-4 \text{ 成立}$$

2 ○：令 $B(2t-4, t)$ ，若 $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{OB}$

$$! (1, 0) \cdot (2t-4, t) = 0$$

$$\therefore 2t-4=0 \quad ! \quad t=2 \text{ 成立}$$

3 ×：令 $C(2t-4, t)$ ，若 $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{PC}$

$$! (2t-4, t) \cdot (2t-5, t) = 0$$

$$! 4t^2 - 18t + 20 + t^2 = 0$$

$$! 5t^2 - 18t + 20 = 0 \text{ (沒有實根 } \because \text{判別式} < 0)$$

4 ×：令 $D(2t-4, t)$

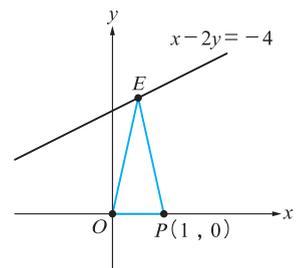
$$\overline{PD} = \sqrt{(2t-5)^2 + t^2} = 2$$

$$! 5t^2 - 20t + 25 = 4$$

$$! 5t^2 - 20t + 21 = 0 \text{ (沒有實根 } \because \text{判別式} < 0)$$

5 ○：作圖如右，存在 E 點使得 $\overline{OE} = \overline{PE}$

故選 1 2 5



- 8 某社區有一千位居民，其個人月所得少於 10,000 元者占 30%，介於 10,000 元及 20,000 元間者占 10%，介於 20,000 元及 40,000 元間者占 30%，介於 40,000 元及 80,000 元間者占 30%。請選出正確的選項。
- 1 該社區個人月所得的中位數介於 20,000 元及 40,000 元間
 - 2 使用簡單隨機抽樣自該社區中抽出一位居民，其個人月所得在上述的四個區間中，以介於 10,000 元及 20,000 元間的機率最低
 - 3 該社區的個人月所得平均，不可能高過 40,000 元
 - 4 該社區的個人月所得平均，不可能低過該社區的個人月所得中位數
 - 5 若該社區新搬入一位居民，其月所得為 200,000 元，則該社區的個人月所得平均將增加，但增加量不會多過 200 元

答案 1 2 5

命題出處 第二冊第四章 數據分析

測驗目標 一維數據分析（平均數、中位數）

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 51 頁範例 1

詳解

收入 (元)	10000 以下	10000 ~ 20000	20000 ~ 40000	40000 ~ 80000
百分比	30 %	10 %	30 %	30 %

- 1 ○：中位數介於 20000 ~ 40000 之間
- 2 ○：10000 ~ 20000 之間僅占 10%，所以隨機抽樣，抽到此區間的機率為 0.1，機率最低
- 3 ×：個人月平均所得，可能高於 40000 元
(例如 $10000 \times 0.3 + 20000 \times 0.1 + 40000 \times 0.3 + 80000 \times 0.3 = 41000$)
- 4 ×：個人月平均所得可能低於中位數
- 5 ○：月平均所得增加 $\frac{200000}{1001} < 200$

故選 1 2 5

三、選填題 (占 18 分)

說明：第 A. 至 C. 題為選填題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（9～18）。每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 不透明袋中有三顆白球及三顆紅球。從袋中每次取出一球依序置於桌面，每次每顆球被取出的機率相同。全部取出後，前三顆球中有相鄰兩球同為白球的機率為 $\frac{9}{09}$ 。(請化為最簡分數)

答案 $\frac{7}{20}$

命題出處 第二冊第三章 機率

測驗目標 古典機率、獨立事件

難易度 易

類似題 《大滿貫複習講義－數學乙》第 42 頁範例 1

詳解 白 白 白： $\frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{120}$

白 白 紅： $\frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{18}{120}$

紅 白 白： $\frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{18}{120}$

$\therefore p = \frac{42}{120} = \frac{7}{20}$

B. 設 x, c 為實數，方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & x \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ 。已知 A 的反方陣恰好是 B 的 c 倍 (其中 $c \neq 0$)，則數對 $(x, c) = \left(\frac{w}{r}, \frac{e}{t} \right)$ 。(請化為最簡分數)

答案 $\left(3, \frac{1}{13} \right)$

命題出處 第四冊第三章 矩陣

測驗目標 乘法反方陣

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義－數學乙》第 83 頁範例 4

詳解 $A^{-1} = \frac{1}{3x+4} \begin{bmatrix} x & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{3x+4} & \frac{-2}{3x+4} \\ \frac{2}{3x+4} & \frac{3}{3x+4} \end{bmatrix}$

\therefore 由題意知 $A^{-1} = c \cdot B!$ $\begin{bmatrix} \frac{x}{3x+4} & \frac{-2}{3x+4} \\ \frac{2}{3x+4} & \frac{3}{3x+4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3c & -2c \\ 2c & xc \end{bmatrix}$

$\therefore \begin{cases} \frac{-2}{3x+4} = -2c! & 3x+4 = \frac{1}{c} \cdots \cdots 1 \\ \frac{x}{3x+4} = 3c \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots 2 \end{cases}$

1 代入 2 得 $cx = 3c$

$\therefore x = 3! \quad c = \frac{1}{13}$

故數對 $(x, c) = \left(3, \frac{1}{13} \right)$

C. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列。已知 $a_2 + a_4 + a_6 = 186$, $a_3 + a_7 = 110$ 。

令 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。則極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = \frac{y}{i}$ 。(請化為最簡分數)

答案 $\frac{-7}{2}$

命題出處 選修數學乙(下) 極限與函數

測驗目標 數列及其極限

難易度 中

類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 107 頁範例 2

詳解 設此數列的首項為 a , 公差為 d

$\therefore a_2 + a_4 + a_6 = 186$

! $(a+d) + (a+3d) + (a+5d) = 186$

! $3a + 9d = 186!$ $a + 3d = 62 \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots 1$

又 $a_3 + a_7 = 110!$ $(a+2d) + (a+6d) = 110$

! $2a + 8d = 110!$ $a + 4d = 55 \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots 2$

由 1、2 可得 $d = -7, a = 83$

$\therefore S_n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} = \frac{n(166 - 7n + 7)}{2} = \frac{-7n^2 + 173n}{2}$

$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = \frac{-7}{2}$

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（1、2），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、設隨機變數 X 表示投擲一不公正骰子出現的點數， $P(X=k)$ 表示隨機變數 X 取值為 k 的機率。已知 X 的機率分布如下表： $(x, y$ 為未知常數)

k	1	2	3	4	5	6
$P(X=k)$	x	y	y	x	y	y

又知 X 的期望值等於 3。

- 1 試求 x, y 之值。(6 分)
- 2 投擲此骰子兩次，試求點數和為 3 的機率。(6 分)

答案 1 $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{12}$; 2 $\frac{1}{18}$

命題出處 選修數學乙（上） 機率統計II

測驗目標 隨機的意義、期望值

難易度 中偏易

類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 88 頁範例 1

詳解 1 由題意知 $2x + 4y = 1$! $x + 2y = \frac{1}{2}$ 1
 又 $x + 2y + 3y + 4x + 5y + 6y = 3$! $5x + 16y = 3$ 2
 解 1、2 得 $6y = \frac{1}{2}$ $\therefore y = \frac{1}{12}$ 代入 1 得 $x = \frac{1}{3}$

2 承 1

k	1	2	3	4	5	6
$P(X=k)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

設投擲兩次的點數分別為 a, b

則 $a + b = 3$!

a	1	2
b	2	1

\therefore 機率為 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

二、某農業公司計畫向政府承租一筆平地和一筆山坡地，分別種植平地作物 A 和山坡地作物 B。已知平地每一單位面積的年租金是 30 萬元，山坡地每一單位面積的年租金是 20 萬元；公司一年能夠提供土地租金的上限是 80 萬元。平地作物 A 的種植成本每單位面積一年是 40 萬元，山坡地作物 B 的種植成本每單位面積一年是 50 萬元；公司一年能夠提供種植成本的上限是 130 萬元。每年收成後，作物 A 每單位面積的利潤是 120 萬元，作物 B 每單位面積的利潤是 90 萬元。請問公司一年應租平地和山坡地各多少單位面積，收成後可以獲得最大利潤？又此時的最大利潤為何？（12 分）

（註：所租土地的面積並不限制一定要是整數單位。）

答案 當平地租 2 單位，山坡地租 1 單位時，有最大利潤 330 萬元

命題出處 第三冊第二章 直線與圓

測驗目標 線性規劃

難易度 中

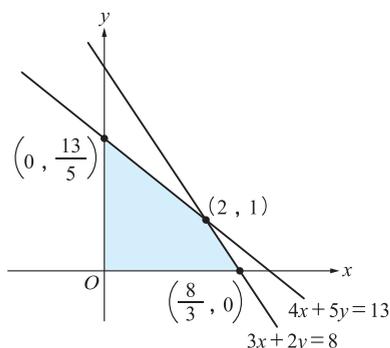
類似題 《大滿貫複習講義—數學乙》第 64 頁範例 3

詳解 設平地租 x 單位

山坡地租 y 單位， $x, y \geq 0$

$$\therefore \text{不等式組} \begin{cases} 30x + 20y \leq 80 \\ 40x + 50y \leq 130 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y \leq 8 \\ 4x + 5y \leq 13 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

目標函數 $f(x, y) = 120x + 90y$ ，作圖如下



$$\therefore$$

(x, y)	$(0, \frac{13}{5})$	$(2, 1)$	$(\frac{8}{3}, 0)$
$f(x, y)$	234	330	320

\therefore 當平地租 2 單位，山坡地租 1 單位時，有最大利潤 330 萬元

F