

101 指考

# 精彩解析

數學考科

斗六高中 / 李隆振 老師

【試題·答案】依據大考中心公布內容

發行人 / 陳炳亨  
總召集 / 周耀琨  
總編輯 / 蔣海燕  
主編 / 陳俊龍  
校對 / 黃閔謙  
美編 / 張淳惠·鍾佩娟

出版 / 民國一〇一年七月  
發行所 / 710248 臺南市新樂路 76 號  
編輯部 / 710252 臺南市新忠路 8-1 號  
電話 / (06) 2619621#314  
E-mail / periodical@hanlin.com.tw  
翰林我的網 <http://www.worldone.com.tw>

NO.00843



4 716413 008439

23

本書內容同步刊載於翰林我的網



翰林出版



### 一 前言

101 年指考數學乙試題的特色就是『沒有特色』，這是一份簡單的試題。高分群考生決勝負的關鍵是多選第 6 題和多選第 7 題，多選第 7 題另人眼睛為之一亮，是今年唯一有創新的題目。



### 二 試題分析

#### 1 各單元的配分比例

單元名稱	題數與配分	總計	比例
1. 多項式	單選 1. (6 分) 選填 A. (8 分) 非選擇題一 (13 分)	27	81% (一~四冊)
2. 指數與對數	多選 6. (8 分) 選填 C. (8 分)	16	
3. 排列組合	單選 3. (6 分) 多選 5. (8 分)	14	
4. 機率與統計(I)	多選 4. (8 分) 多選 7. (8 分) 選填 B. (8 分)	24	
5. 矩陣	單選 2. (6 分)	6	19% (選修(I))
6. 不等式	非選擇題二 (13 分)	13	

#### 2 試題特色

1. 今年一~四冊所占的比重遠超過選修(I)，是過去的考試中不曾出現的情形。
2. 排列組合仍維持以加法原理和乘法原理為主，答案甚至可以用列舉法得到。所以教師們在教授排列組合時，早該揚棄太人工化或是不合情境的考題，才不致讓學生視排列組合為畏途。
3. 機率與統計仍維持占分極重的單元。
4. 二題非選擇題都是基本簡易題。第一題考二次函數的配方法，不少的國中生都有能力解出此題。第二題考線性規劃，就是課本上的例題改個名詞和數字，只要不是太離譜

的高中生，這兩題都應可輕鬆過關。

5. 多選第 6 題考對數的大小關係，除了要注意  $0 < x < 1$  將使得底數大於 1 的對數值為負以外，選項中還出現兩個對數的底數不同，真數也不同時要比較大小的情形。這題會對不少的社會組考生產生困擾。
6. 多選第 7 題其實符合大考中心所說的：『簡單但陌生』。然而陌生會造成心理恐懼，形成思考阻滯，則原來所設定的簡單也就變得不簡單了。

### 3 結 論

觀察這幾年的指考數乙試題發現，指考數乙題目簡單化已成趨勢。所形成的影響是社會組的同學不該放棄數學，另外自然組的跨考生也占不到便宜。所以把課本做到爛，把歷屆試題想通，再加上模擬試題的練習，這是社會組考生該做的事，其實也只要這樣就夠了。既然趨勢已是如此，教師們更應鼓勵社會組同學：十分耕耘，就算沒有十分收穫，也會有八分收穫。筆者隱約有一種感覺愈來愈強烈，大考中心默默地在進行『考試領導教學』的陽謀，藉由考題型態的改變，引導高中數學教學方式的改變。此觀察提供給教育先進們參考，疏漏處，尚祈指教。





### 第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 74 分）

#### 一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知實係數多項式方程式  $x^3 + ax^2 + bx + 8 = 0$  的三根相同，請問  $b$  的值等於下列哪一個選項？

- (1) 6                      (2) 8                      (3) 10                      (4) 12                      (5) 14

**答案** (4)

**命題出處** 第一冊第三章 多項式

**測驗目標** 根與係數的關係

**詳解** 設三根為  $\alpha, \alpha, \alpha$ ,

由根與係數的關係知： $\alpha^3 = -8$ ，

因為三次方程式至少有一實根，所以  $\alpha$  必為實數  $\therefore \alpha = -2$

$\Rightarrow b = (-2)(-2) + (-2)(-2) + (-2)(-2) = 12$

**難易度** 易

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 11 頁範例 8。

《指考關鍵 60 天·數學乙》第 8 頁練習 4。

2. 請問下列哪一個選項中的矩陣乘積等於  $\begin{bmatrix} 2a & 3b \\ 2c & 3d \end{bmatrix}$

(1)  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

(2)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

(3)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

(4)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

(5)  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

**答案** (5)

**命題出處** 選修數學(I)第二章 矩陣

**測驗目標** 矩陣乘法

**詳解** (1)  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+3b \\ 2c+3d \end{bmatrix}$

(2)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+3c & 2b+3d \end{bmatrix}$

(3)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+3c & 2b+3d \\ 2a+3c & 2b+3d \end{bmatrix}$

(4)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 3c & 3d \end{bmatrix}$

(5)  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 3b \\ 2c & 3d \end{bmatrix}$

**難易度** 易

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 85 頁範例 4。

《指考關鍵 60 天·數學乙》第 100 頁範例 1。

《指考週復習·數學乙》第 66 頁第 4 題。

3. 一乒乓球隊有 6 位選手，其中甲、乙、丙為右手持拍的選手，丁、戊為左手持拍的選手，而已為左右手皆可持拍的選手。現在要派出兩名選手參加雙打，規定由一名可以右手持拍的選手與一名可以左手持拍的選手搭配。請問共有多少種可能的搭配？

(1) 7

(2) 9

(3) 11

(4) 13

(5) 15

**答案** (3)

**命題出處** 第四冊第二章 排列組合

**測驗目標** 乘法原理和加法原理

**詳解** (右手甲、乙、丙、己；左手丁、戊)+(右手甲、乙、丙；左手己)  
 $= 4 \times 2 + 3 \times 1 = 11$

**難易度** 易

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 33 頁範例 1。

《指考週復習·數學乙》第 18 頁第 4 題。

## 二、多選題 (占 32 分)

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 4 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4 分；答錯多於 1 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。



4. 某個城市的普查（全面調查）發現 60% 的高中生有打工的經驗，也發現 70% 的高中生有意願就讀大學。如果使用簡單隨機抽樣，由該城市的高中生中抽出一位同學。請選出正確的選項。

- (1) 被抽出同學有意願就讀大學的機率為 0.7
- (2) 被抽出同學有打工的經驗、且有意願就讀大學的機率至多為 0.6
- (3) 被抽出同學有打工的經驗、且有意願就讀大學的機率至少為 0.35
- (4) 被抽出同學有打工的經驗、但是無意願就讀大學的機率為 0.18

**答案** (1)(2)

**命題出處** 第四冊第三章 機率與統計(I)

**測驗目標** 集合概念

**詳解** 設  $A$  代表打工的事件， $B$  代表讀大學的事件，  
則  $P(A)=0.6$ ， $P(B)=0.7$

(1)  $P(B)=0.7$

(2) 當  $A \subset B$  時， $P(A \cap B)=0.6$  為最大值

(3)  $P(A \cap B)=P(A)+P(B)-P(A \cup B)=1.3-P(A \cup B)$ ，  
當  $P(A \cup B)=1$  時， $P(A \cap B)=0.3$  最小

(4)  $P(A \cap B')=0 \sim 0.3$  都有可能

**難易度** 中

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 57 頁指考觀摩站（考古題）。

5. 將  $(x^2+y)^{12}$  展開集項後，請選出正確的選項。

- (1)  $x^{24}$  的係數小於  $x^{10}y^7$  的係數
- (2)  $x^{12}y^6$  的係數小於  $x^{10}y^7$  的係數
- (3)  $x^{14}y^5$  的係數小於  $x^{10}y^7$  的係數
- (4)  $x^8y^8$  的係數小於  $x^{10}y^7$  的係數

**答案** (1)(4)

**命題出處** 第四冊第二章 排列組合

**測驗目標** 二項式定理

**詳解**  $(x^2+y)^{12}$  展開的一般項為  $C_r^{12}(x^2)^{12-r}y^r=C_r^{12}x^{24-2r}y^r$

(1)  $C_0^{12} < C_7^{12}$

(2)  $C_6^{12} > C_7^{12}$

(3)  $C_5^{12} = C_7^{12}$

(4)  $C_8^{12} < C_7^{12}$

**難易度** 中

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 40 頁範例 8。  
《指考關鍵 60 天·數學乙》第 54 頁練習 5。



6. 設  $0 < x < 1$ 。請選出正確的選項。

- (1)  $x^2 < \sqrt{x} < x$
- (2)  $\log_{10}(x^2) < \log_{10} x < \log_{10} \sqrt{x}$
- (3)  $\log_2(x^2) < \log_{10}(x^2) < \log_2 x$
- (4)  $\log_{10}(x^2) < \log_2 \sqrt{x} < \log_{10} x$

**答案** (2)(4)

**命題出處** 第二冊第一章 指數與對數

**測驗目標** 對數的大小關係

**詳解**

(1)  $x^2 < x < \sqrt{x}$

(2) 底數大於 1 的對數函數為遞增函數，  
所以  $\log_{10}(x^2) < \log_{10} x < \log_{10} \sqrt{x}$

(3)  $\log_{10}(x^2) < \log_2(x^2) < \log_2 x$

(4)  $\log_{10}(x^2) = 2\log_{10} x$ ， $\log_2 \sqrt{x} = \frac{\log_{10} \sqrt{x}}{\log_{10} 2} = \frac{1}{2\log_{10} 2} \log_{10} x$

$$\because \log_{10} x < 0 \quad \therefore 2\log_{10} x < \frac{1}{2\log_{10} 2} \log_{10} x < \log_{10} x$$

即  $\log_{10}(x^2) < \log_2 \sqrt{x} < \log_{10} x$

**難易度** 難

**類似題**

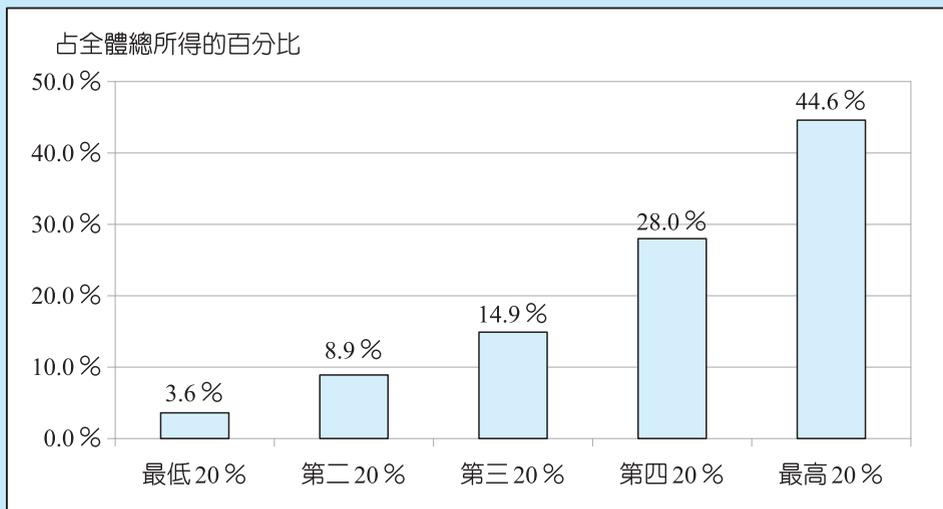
《大滿貫復習講義·數學乙》第 24 頁範例 6。

《指考關鍵 60 天·數學乙》第 32 頁練習 4。

《指考週復習·數學乙》第 52 頁第 6 題。



7. 所謂個人稅前所得，是指納稅義務人在納稅前之個人所得，以下簡稱所得。依照某國 1997 年的官方資料，依每人所得高低將人數等分為 5 組，最高 20 % 的人的總所得占全體總所得的 44.6 %，而最低 20 % 的人的總所得占全體總所得的 3.6 %，所有資料如下圖所示。所得差距倍數是指最高 20 % 的個人平均所得與最低 20 % 的個人平均所得的比值。請選出正確的選項。



- (1) 此項資料顯示所得差距倍數超過 13 倍
- (2) 最高 30 % 的人的總所得超過全體總所得的 55 %
- (3) 最少有 60 % 的人，其個人所得低於全體平均所得
- (4) 最低 20 % 的人的平均所得為全體平均所得的 3.6 %

**答案** (2)

**命題出處** 第四冊第三章 機率與統計(I)

**測驗目標** 統計圖表的解讀

**詳解** 設全體總所得為  $N$ ，全部人數有  $5a$

$$(1) \text{ 最高 } 20 \% \text{ 的個人平均所得為 } \frac{0.446N}{a} = 0.446 \cdot \frac{N}{a}$$

$$\text{最低 } 20 \% \text{ 的個人平均所得為 } \frac{0.036N}{a} = 0.036 \cdot \frac{N}{a}$$

$$\text{所得差距倍數為 } \frac{0.446 \cdot \frac{N}{a}}{0.036 \cdot \frac{N}{a}} \approx 12.4 \text{ (倍)}$$

$$(2) \text{ 第四 } 20 \% \text{ 的個人平均所得為 } \frac{0.28N}{a}, \text{ 所以最高 } 30 \% \text{ 的人的總所得}$$

$$\text{大於 } \frac{0.28N}{a} \cdot \frac{a}{2} + 0.446N = 0.586N > 0.55N$$

$$(3) \text{ 全體平均所得為 } \frac{N}{5a} = 0.2 \cdot \frac{N}{a}$$

第三 20% 的個人平均所得為  $0.149 \cdot \frac{N}{a}$ ，所以排在 50%~60% 之間的個人平均所得介於  $0.149 \cdot \frac{N}{a} \sim 0.28 \cdot \frac{N}{a}$ ，故僅能確定最少有 50% 的人，其個人平均所得低於全體平均所得。

$$(4) \frac{0.036 \cdot \frac{N}{a}}{0.2 \cdot \frac{N}{a}} = 18\%$$

**難易度** 難

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 50 頁範例 4。

### 三、選填題 (占 24 分)

說明：1. 第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8~14)。  
2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設  $a, b$  均為正整數，而方程式  $x^2 - ax + 15 = 0$  與  $x^2 - bx + 3b - 1 = 0$  有一共同根，且此共同根為質數，則  $b = \underline{\textcircled{8}\textcircled{9}}$ 。

**答案**  $\textcircled{8} 1 \quad \textcircled{9} 2$

**命題出處** 第一冊第三章 多項式

**測驗目標** 一元二次方程式根的性質，配合質數概念

**詳解** 設此共同質數根為  $\alpha$ ，則  $\alpha$  必為 3 或 5

$$(1) \alpha = 3 \Rightarrow 3^2 - b \cdot 3 + 3b - 1 = 0, \text{ 不合}$$

$$(2) \alpha = 5 \Rightarrow 5^2 - b \cdot 5 + 3b - 1 = 0 \Rightarrow b = 12$$

**難易度** 易

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 8 頁範例 5。

《指考關鍵 60 天·數學乙》第 18 頁練習 1。

《指考週復習·數學乙》第 10 頁第 6 題。

B. 一顆特別的骰子，其六個面中有兩面為 2 點、兩面為 4 點、其餘兩面為 5 點。假設投擲這顆骰子每面出現的機率都相等。擲這顆骰子兩次，所得點數和的數學期望值為  $\frac{\textcircled{10}\textcircled{11}}{\textcircled{12}}$ 。(化為最簡分數)

**答案**  $\textcircled{10} 2 \quad \textcircled{11} 2 \quad \textcircled{12} 3$

**命題出處** 第四冊第三章 機率與統計(I)

**測驗目標** 數學期望值



**詳解** 擲骰子一次的點數期望值  $= 2 \cdot \frac{2}{6} + 4 \cdot \frac{2}{6} + 5 \cdot \frac{2}{6} = \frac{11}{3}$

擲骰子二次的點數和期望值  $= 2 \cdot \frac{11}{3} = \frac{22}{3}$

**難易度** 中

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 69 頁範例 2。

《指考關鍵 60 天·數學乙》第 64 頁練習 7。

《指考週復習·數學乙》第 35 頁第 C 題。

C. 觀察 2 的次方所形成的等比數列： $2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$ ，設其中出現的第一個 13 位數為  $2^n$ ，則  $n = \underline{\textcircled{13}}\underline{\textcircled{14}}$ 。（註： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ）

**答案**  $\textcircled{13} 4 \quad \textcircled{14} 0$

**命題出處** 第二冊第一章 指數與對數

**測驗目標** 首數和位數的關係

**詳解**  $12 \leq \log 2^n < 13 \Rightarrow \frac{12}{\log 2} \leq n < \frac{13}{\log 2}$

$$\Rightarrow 39.86 \dots \leq n < 43.18 \dots$$

所以第一個  $n$  值為 40

**難易度** 中

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 25 頁範例 8。

《指考關鍵 60 天·數學乙》第 35 頁練習 1。

《指考週復習·數學乙》第 14 頁第 5 題。

## 第貳部分：非選擇題（占 26 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至給零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、設二次實係數多項式函數  $f(x) = ax^2 + 2ax + b$  在區間  $-1 \leq x \leq 1$  上的最大值為 7、最小值為 3。試求數對  $(a, b)$  的所有可能值。（13 分）

**答案**  $(a, b) = (1, 4), (-1, 6)$

**命題出處** 第一冊第三章 多項式

**測驗目標** 二次函數的最大(小)值問題

**詳解**  $f(x) = ax^2 + 2ax + b = a(x+1)^2 + b - a, -1 \leq x \leq 1$

$$(1) a > 0 \text{ 時} \Rightarrow \begin{cases} \text{最大值} = f(1) = 3a + b = 7 \\ \text{最小值} = f(-1) = b - a = 3 \end{cases}, \text{解得} (a, b) = (1, 4)$$

$$(2) a < 0 \text{ 時} \Rightarrow \begin{cases} \text{最大值} = f(-1) = b - a = 7 \\ \text{最小值} = f(1) = 3a + b = 3 \end{cases}, \text{ 解得 } (a, b) = (-1, 6)$$

(3)  $a = 0$  時,  $f(x)$  不是二次函數, 與題意不合。

**難易度** 易

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 10 頁範例 7。

《指考關鍵 60 天·數學乙》第 169 頁第 6 題。

二、某公司生產兩種商品, 均以同型的箱子裝運, 其中甲商品每箱重 20 公斤, 乙商品每箱重 10 公斤。公司出貨時, 每趟貨車最多能運送 100 箱, 最大載重為 1600 公斤。設甲商品每箱的利潤為 1200 元, 乙商品每箱的利潤為 1000 元。

(1) 設公司調配運送時, 每趟貨車裡的甲商品為  $x$  箱, 乙商品為  $y$  箱。試列出  $x, y$  必須滿足的聯立不等式。(2 分)

(2) 當  $x, y$  的值各為多少時, 可使每趟貨車出貨所能獲得的利潤為最大? 此時利潤為多少元?(11 分)

**答案** (1) 見詳解(1)

(2)  $x = 60, y = 40$  時, 利潤 112000 元為最大

**命題出處** 選修數學(1)第三章 不等式

**測驗目標** 線性規劃

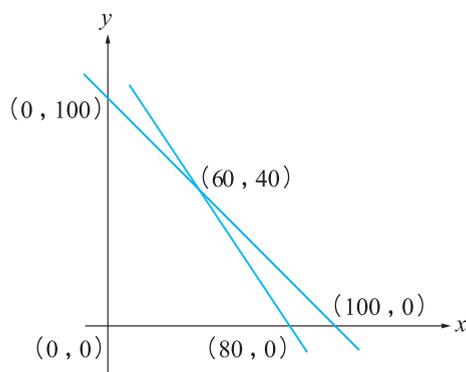
**詳解** (1) 
$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x + y \leq 100 \\ 20x + 10y \leq 1600 \end{cases}$$

(2) 目標函數  $f(x, y) = 1200x + 1000y$

(1) 所表示的可行解區域如右:

$(x, y)$	$f(x, y)$
$(0, 0)$	0
$(80, 0)$	96000
$(60, 40)$	112000
$(0, 100)$	100000

$x = 60, y = 40$  時, 利潤 112000 元為最大



**難易度** 易

**類似題** 《大滿貫復習講義·數學乙》第 110 頁範例 8。

《指考關鍵 60 天·數學乙》第 137 頁第 6 題。

《指考週復習·數學乙》第 50 頁第 2 題。

